



ИТОГИ ОЛИМПИАДЫ ПО МАТЕМАТИКЕ «АНТОК-2023»

6-7 КЛАССЫ

Задание № 1 (2 балла)

В книжном магазине на трех полках стоят книги издания ФИПИ по подготовке к ЕГЭ по трем предметам: русскому, математике или информатике. На первой полке написано «Математика», на второй – «Русский язык», на третьей – «Математика» или «Информатика», т.е. встречаются книги по этим двум предметам, поскольку книг по математике столько, что на одной полке их не уместить. Какие книги на какой полке находятся, если содержимое каждой полки не соответствует надписи на ней?

Решение.

Задача не имеет решения, так как математика не может стоять на 1 и 3-ей полках, она там уже стояла, а надписи не соответствуют действительности. Поэтому математика может стоять только на 2-ой полке и больше ни на какой. А книг по математике так много, по условию задачи, что на одной полке они не умещаются.

Расклад мог бы быть таким:

1-я полка Русский язык или Информатика

2-я полка Математика или Информатика

3-я полка Русский язык

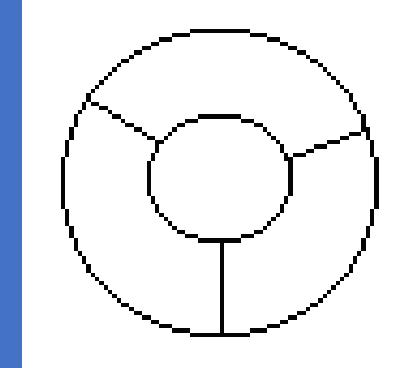
Но две полки никак для Математики не находится.

Ответ. Задача не имеет решения.

Задание № 2 (3 балла)

В Калининграде есть остров, который разделяет тремя мостами три района. Начертите карту этого острова, если каждая область, разделяемая мостом, граничит с двумя остальными и с самим островом.

Решение.



Задание № 3 (3 балла)

Для получения ключа к шифру, найдите частное, если оно в пять раз меньше делимого и в 6 раз больше делителя.

Решение.

Так как частное в пять раз меньше делимого, то делитель равен 5. Следовательно, частное равно 30.

Задание № 4 (4 балла)

14 школьников съели 14 буханок хлеба за две недели. За сколько дней целый класс из 28 человек съест 28 буханок?

Решение.

14 школьников съели 14 буханок за 14 дней. Другие 14 школьников съедят за те же 14 дней еще 14 буханок. Следовательно, целый класс из 28 человек съест 28 буханок за две недели.

Задание № 5 (5 баллов)

Для приготовления варенья из сосновых шишек на 3 кг шишек берут 2 кг сахара. Сколько надо взять сосновых шишек, чтобы получить 10 кг готового продукта, если в процессе приготовления масса продукта уменьшается в 1,5 раза. В конце в готовое варенье просто добавьте капельку лимонного сока и не забудьте помочь родителям собрать шишки и очистить лес!

Решение.

Чтобы получить 10 кг готового продукта, если в процессе приготовления масса продукта уменьшается в 1,5 раза, надо сварить 15 кг варенья: $10 \times 1,5 = 15$.

Пропорция шишек к сахару 3:2. А сумма масс шишек и сахара, необходимых для приготовления продукта, равна 15.

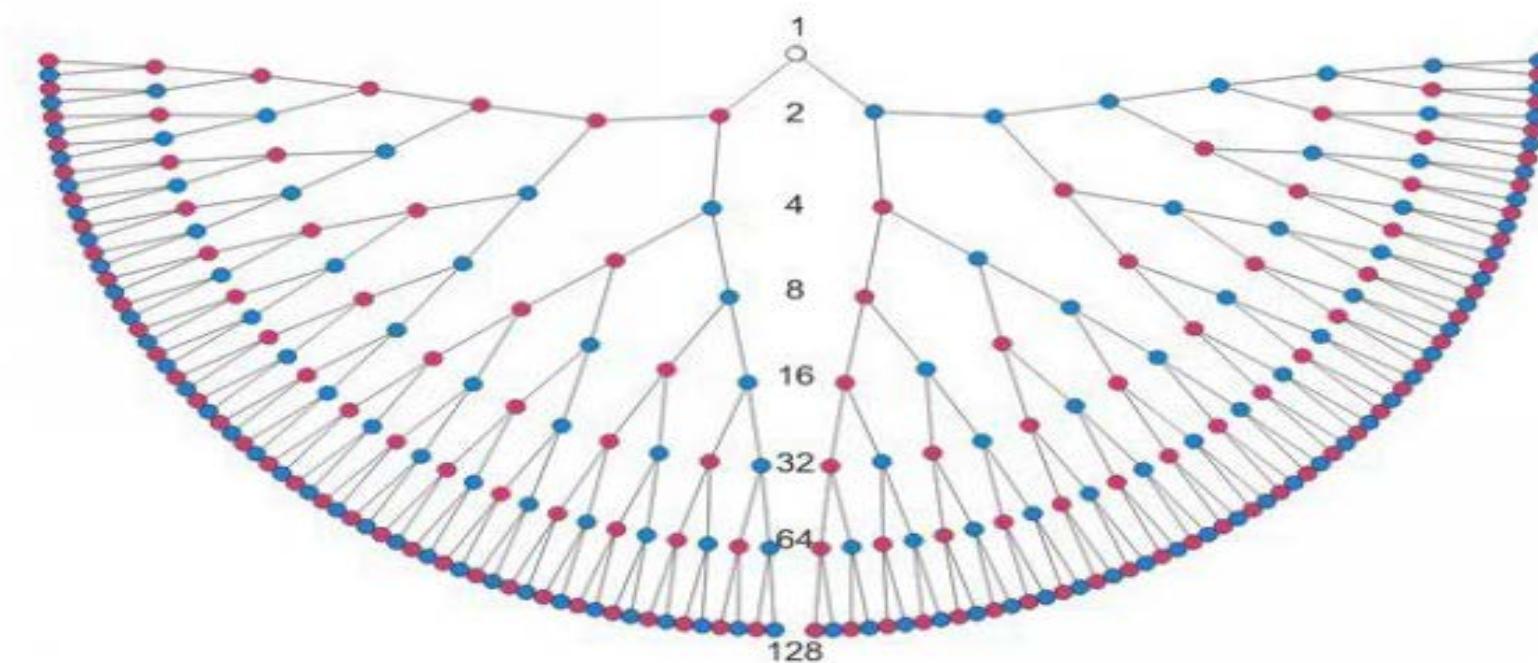
Всего 5 частей. Одна часть равна $15 : 5 = 3$.

Шишек надо взять $3 \times 3 = 9$ кг.

Ответ. 9 кг.

Задание № 6 (6 баллов)

Давайте вспомним свое генеалогическое дерево или непосредственно подсчитаем: а сколько у вас прямых родственников в 7-ом поколении? В каком примерно веке жило 7-ое поколение ваших прямых родственников (тетей и дядей не считать)? Будем считать, что все они долгожители и жили примерно по 100 лет (с учетом округления их возраста).



Просто арифметически посчитать хотя бы несколько поколений назад. Результат удивляет. Для одного человека, имеющего мать и отца (2) бабушек и дедушек (4), прадедушек и пррабушек будет уже 8.

Если будем считать дальше, учитывая родство в каждом следующем поколении, то цифры увеличиваются в два раза:

Отец, мать – 2 человека.

Деды, бабушки – 4 человека.

Прадеды, пррабушки – 8 человек.

прапрадеды, прапрабушки – 16 человек.

5 поколение – 32 человека.

6 поколение – 64 человека и так далее.

7-е поколение – 128 человек.

Шестое поколение – это будет уже примерно 16 век. Сейчас 21 век – это мы, 2-е поколение – родители – 20 век, 3- е – 19 век, 4-е – 18 век, 5-е – 17 век, 6 –е – 16 век, 7-е – 15 век.

Задание № 7 (7 баллов)

Может ли периметр прямоугольника или, может быть, периметр квадрата (частный случай прямоугольника) по абсолютной величине, (то есть не обращая внимание на размерности периметра (м) и площади (м^2), численно быть в 3 раза больше его площади? Приведите примеры (Можно вспомнить дроби и подобрать подбором). Подойдут любые цифры, удовлетворяющие условию задачи.

Решение.

Да, может. Например, если сторона квадрата $4/3$. Периметр тогда будет равен $16/3$, а площадь равна $= 16/9$, в три раза меньше периметра.

Задание № 8 (8 баллов)

Моему дедушке 80 лет, возраст бабушки составляет 80 % от возраста дедушки, а возраст моей мамы отличается от возраста ее мамы на столько же, насколько возраст бабушки от возраста дедушки. Установите закономерности в полученной последовательности, затем найдите сумму всех чисел этой последовательности, начиная с 80 и заканчивая самым маленьким натуральным числом в этой последовательности.

Решение.

Ответ. Их возрасты 80 64 48, т.к. $80 \cdot 0,8 = 64$ – это бабушке столько лет. $80 - 64 = 16$ – это разность между их возрастами.

Значит моей маме $64 - 16 = 48$ лет.

Итак, их возрасты образуют последовательность 80, 64, 48. Вообще, это, (кто с этим знаком), арифметическая прогрессия с разностью $d = -16$. Можно найти ее сумму.

А можно посчитать и вручную:

$$80 + 64 + 48 + 32 + 16 = 240$$

Задание № 9 (8 баллов)

Решите уравнение:

$$\frac{21 \cdot x : 760}{\left(-\frac{19}{40} + \frac{40}{19}\right) \cdot \frac{16}{9}} = \frac{\left(1\frac{27}{48} - \frac{16}{25}\right) : 0,1}{(3,5 \cdot 2,4 + 1,6) \cdot (60 - 1)}$$

$$\frac{21 \cdot (x : 760)}{\left(-\frac{19}{40} + \frac{40}{19}\right) \cdot \frac{16}{9}} = \frac{\left(1\frac{27}{48} - \frac{16}{25}\right) : 0,1}{(3,5 \cdot 2,4 + 1,6) \cdot (60 - 1)}$$

Необходимо решить уравнение и
найти x .

$$\frac{21 \cdot x : 760}{\left(\frac{40^2 - 19^2}{40 \cdot 19}\right) \cdot \frac{16}{9}} = \frac{\left(1\frac{9}{16} - \frac{16}{25}\right) \cdot 10}{(8,4 + 1,6) \cdot 59}$$

$$\frac{21 \cdot x}{(40-19)(40+19)} \cdot \frac{16}{760} \cdot \frac{1}{9} = \frac{\left(\frac{25}{16} - \frac{16}{25}\right) \cdot 10}{760 \cdot 59}$$

$$\frac{21 \cdot x \cdot 9}{21 \cdot 59 \cdot 16} = \frac{\frac{25^2 - 16^2}{16 \cdot 25}}{59}$$

$$\frac{9x}{16} = \frac{(25-16)(25+16)}{16 \cdot 25}$$

$$9x = \frac{9 \cdot 41}{25}$$

$$x = \frac{41}{25}$$

$$\text{Ответ: } \frac{41}{25}$$

Здесь используется формула разности квадратов $a^2 - b^2 = (a-b)(a+b)$

Задание № 10 (8 баллов)

67 лет – это суммарный возраст всех членов одной семьи в составе 4-х человек. У родителей в этой семье двое детей, старшая дочка старше брата на 3 года. Их папа старше их мамы на 2 года. 3 года назад сумма возрастов всех членов семьи была 56 лет. Сколько лет главе этого семейства?

Решение.

Вычитаем из $67-3*4=67-12=55$, это меньше 56, чем им было. Значит, мальчик еще не родился. А через год было бы именно 56. Значит, сын родился 2 года назад. Вывод: сыну – 2 года, а дочери $2+3=5$ лет.

Дальше.

$67-2-5=60$ лет в сумме родителям на данный момент.

$60:2=30$ – среднеарифметическое их возрастов.

$30-1=29$ лет маме.

$30+1=31$ год отцу.

Проверка.

$$29+31+2+5=67$$

И все остальное сходится. Папа старше мамы на 2 года, сестричка старше братика на три года.

Проверим: три года назад им было: $5-3=2$ года дочке, $29-3=26$ лет маме и $31-3=28$ лет отцу. В сумме им: $2+26+28=56$ лет. Сейчас $29+31+2+5=67$ лет. Папа старше их мамы на 2 года, старшая дочка старше брата на 3 года.

Ответ. 31 год

Задание № 11 (8 баллов)

На день рождения Алисы мама собирается покупать только фиолетовые, серебристые, черные и белые надувные шары. Известно, что среди любых случайно собранных в пучок 20-ти схваченных шаров всегда найдется хотя бы один серебристый шар. Среди любых 17-ти шаров – хотя бы один черный, среди 16-ти шаров – хотя бы один белый. А среди 14-ти шаров – хотя бы один фиолетовый. Какое наибольшее число шаров купила мама в магазине (по одному шару на каждый прожитый Алисой год)? Сколько Алисе исполнится лет в этом году?

Решение.

Решение. Нам не нужно искать сколько шаров и какого цвета купила мама на день рождения Алисе.

Нам надо найти максимальное число

Ф+с+ч+б шаров.

Из того, что у Алисы среди 20-ти случайно собранных в пучок 20-ти схваченных шаров всегда найдется хотя бы один серебристый шар следует, что максимальное число шаров другого цвета в пучке $\text{ф}+\text{ч}+\text{б}=19$ (1 серебристый – как минимум один он есть, мы из этой суммы убрали).

Итак, $\text{ф}+\text{ч}+\text{б}=19$.

Аналогично: $\text{ф}+\text{с}+\text{б}=16$.

Аналогично: $\text{ф}+\text{с}+\text{ч}=15$.

Аналогично: $\text{с}+\text{ч}+\text{б}=13$.

Сложим эти 4 равенства. Получим $3(\text{ф}+\text{с}+\text{ч}+\text{б})=19+16+15+13$

Или,

$3*(\text{ф}+\text{с}+\text{ч}+\text{б})=63$.

Следовательно, наибольшее число шаров, которое купила мама (по одному шару на каждый прожитый Алисой год), равно $63:3=21$

Ответ. В этом году Алисе исполнится 21 год.

№ 11

Составить ур-к:

$$x - 19 + x - 16 + x - 15 + x - 13 = x$$

$$x + x + x + x - 19 - 16 - 15 - 13 = x$$

$$4x - 19 - 16 - 15 - 13 = x$$

$$x = 4x - 63$$

$x = 21$ (ур-к) - наше купило Anne

$21 \cdot 4 = 21$ (ур-к) - купила мама в маг.

~~Для каждого из четырех членов ур-ка~~

Очень же $x - 19$; $x - 16$; $x - 15$; $x - 13$;

$x - (20 - 1)$ - среднее члены

$x - (20 - 4)$ - первое члены

$x - (20 - 5)$ - второе члены

$x - (20 - 7)$ - третье члены

Ответ: а) 21 член; б) 21 раз

Задание № 12 (8 баллов)

Молодой человек торопился на работу, на которую надо ехать на скоростном поезде довольно большое расстояние. Он чудом не опоздал на поезд, перенервничал и очень устал. Поэтому после того, как он проехал 10 км на поезде, пассажир уснул и половину оставшегося пути проспал. Чему равен весь путь, если ему осталось проехать треть всего пути и еще 10 км?

Решение:

Когда пассажир проехал 10 км и половину оставшегося пути, ему осталось пройти вторую половину оставшегося пути. Но, с другой стороны, по условию задачи ему осталось пройти треть всего пути и 10 км. Значит, после того, как он проехал 10 км, его путь составил две трети всего пути и ещё 20 км. Но оставшийся путь на 10 км меньше всего пути. Значит, треть всего пути составляет: $10 + 20 = 30$ (км). Весь путь равен 90 км.

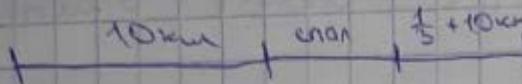
Ответ: 90 км.

2-ой способ

S км – весь путь. Тогда $(S-10)/2$ км – половина оставшегося пути, которую пассажир проспал. Затем он проезжает $S/3$ пути + 10 км – вот и считаем

$$10 + (S-10)/2 + S/3 + 10 = S \text{ Умножим равенство на 6. Получим } 120 + 3S - 30 + 2S = 6S \quad S = 120 - 30 = 90 \text{ (км).}$$

$$\sqrt{3} = 12$$



$$10\text{ km} + 10\text{ km} + \cancel{x \text{ km}} + \frac{2}{3} \text{ km}$$

$$x \text{ km} = \frac{1}{3} + 10\text{ km} \Rightarrow \text{Bez s. nym!}$$

$$10\text{ km} + \frac{1}{3} + 10\text{ km} + \frac{1}{3} + 10\text{ km} = \\ = 30\text{ km} + \frac{2}{3}$$

Edu. Bezos nymt pakken $\frac{2}{3}$ Euro nymu

+ 30 km, mo

$$\frac{2}{3} + 30\text{ km} = S$$

S - Bezos nymt

$$30\text{ km} = S - \frac{2}{3}$$

$$\frac{1}{3} = 30\text{ km} \Rightarrow \frac{1}{3} \text{ Euro nymu } 30\text{ km}$$

$$\text{Bezos nymt: } 30 \cdot 3 = 90 \text{ km}$$

Onbekend: 90 km

СПАСИБО
За
ВНИМАНИЕ!