

## ОЛИМПИАДА ПО МАТЕМАТИКЕ «АНТОК-2022» для 8-9 классов

### Задание № 1 (2 балла)

У Маши есть кусочки сыра в виде прямоугольников. Одна сторона прямоугольника равна 18 см. Вторая – на 6 см больше ее. **Вычислите периметр и площадь этого прямоугольника. Если разрезать кусочек сыра пополам, параллельно самой длинной его стороне и ровно посередине короткой стороны, какой станет площадь одного отрезанного кусочка? А если разрезать только что отрезанный кусочек ровно пополам, перпендикулярно самой длинной стороне, то площадь отрезанного в этот момент кусочка какой станет? Какую часть от площади исходного куска сыра составляет получившийся кусочек?**

### Задание №2 (3 балла)

Квадрат числа состоит из цифр 0, 2, 5, 9. **Найдите его.**

### Задание № 3 (3 балла)

Моя бабушка выращивает кроликов. Чтобы они где-то жили, бабушке пришлось покупать им клетки и рассаживать по ним кроликов таким образом, чтобы в одной клетке сидели кролики одной породы. У нее сейчас 25 клеток. Проводя процесс рассадки, бабушка заметила, что кролики у нее трех пород. **Всегда ли будет как минимум девять клеток с кроликами одной породы?**

### Задание № 4 (3 балла)

Дизайнер парковых ландшафтов, делая проект клумбы, должен придумать, как оформить перспективу. **Вопрос: как проложить прямую через произвольную точку, лежащую внутри угла таким образом, чтобы эта точка делила сторону получившегося треугольника пополам.**

### Задание № 5 (4 балла)

Две компании, «Точка» и «Лидер», решили дарить клиентам шариковые ручки со своим логотипом. Их менеджеры заказали эти сувениры в фирме под названием «Веста». Одна ручка стала стоить больше пятидесяти рублей. Компания «Точка» заплатила 1428 рублей, а компания «Лидер» – 588 рублей. **Сколько ручек им сделала фирма «Веста», и по какой цене она их им продала, если стоимость ручки не превышает 100 рублей?**

### Задание № 6 (4 балла)

**Найдите сумму целых положительных чисел, удовлетворяющих неравенству**

$$3 - \frac{3x}{2} > \frac{5}{8} - \frac{4x - 3}{6}.$$

### Задание № 7 (4 балла)

Заместитель декана (замдекана) вуза при заселении в общежитие знает, что по правилам вселения, нельзя вспелить больше трех студентов в комнату. На адаптационные курсы, проводимые ежегодно университетом, приедут 100 абитуриентов, поступивших на первый курс с трех различных факультетов. В одну комнату можно селить только студентов одного пола и с одного факультета. **Сколько нужно свободных комнат замдекану, чтобы точно поселить слушателей адаптационных курсов?**

### Задание № 8 (4 балла)

Прямая линия проведена таким образом, что она отсекает от четвертой координатной четверти треугольник с длинами сторон, равными 5. **Найдите уравнение этой линии.**

### Задание №9 (6 баллов)

Павел на школьных летних каникулах учил таблицу квадратов чисел и повторял формулы сокращенного умножения. Он записал некое натуральное число, для которого верны два из трех следующих утверждений:

- если к этому числу прибавить пятьдесят один, то получим точный квадрат,
- последняя цифра выписанного Павлом числа – единица,
- если из этого числа вычесть тридцать восемь, то получим точный квадрат.

**Найдите число, записанное Пашей.** При решении используйте формулу разности квадратов, а также замеченный Павлом факт, что если два числа отличаются на число К, то разность их квадратов тоже делится на это число К.

### Задание № 10 (6 баллов)

Семья состоит из мужа, жены и их дочери студентки. Если бы зарплата мужа увеличилась вдвое, общий доход семьи вырос бы на 51%. Если бы стипендия дочери уменьшилась вдвое, общий доход семьи сократился бы на 1%. **Сколько процентов от общего дохода семьи составляет зарплата жены?**

### Задание № 11 (8 баллов)

Целые числа  $k$ ,  $n$ ,  $m$  в указанном порядке образуют геометрическую прогрессию с целым знаменателем. Известно, что число  $k$  на 33 меньше, чем  $m$ , а прогрессия не является возрастающей. Чему равна сумма чисел  $k$ ,  $n$  и  $m$ ? **Найдите эти числа.**

### Задание № 12 (8 баллов)

При каких значениях  $x$  уравнение, описывающее изменение параметров технологического процесса, имеет единственное решение? **Найдите решение уравнения. Расположите корни в порядке возрастания.**

$$\frac{(x-1)^2}{8} + \frac{8}{(x-1)^2} = 7 \left( \frac{x-1}{4} - \frac{2}{x-1} \right) - 1$$