

ОЛИМПИАДА ПО МАТЕМАТИКЕ «АНТОК-2022» для 5-7 классов

Задание № 1 (2 балла)

Географы спорят, является ли Каспийское море озером, но если это так, то это – самое большое озеро в мире с площадью 371 000 квадратных километров. Известно, что в гектарах измеряют недвижимость, особенно земельные участки. Один гектар равен 10 000 квадратных метров. Он используется со времен Французской революции, и применяется в некоторых регионах. **Сколько гектар занимает Каспийское море? А чтобы точнее ответить на этот вопрос переведите его площадь в квадратные метры.**

Задание 2 (3 балла)

Иногда бывает трудно придумать пароль к своему телефону. Один мой знакомый заменил каждую букву в своем имени её номером в русском алфавите. Получилось число 511533. **Как его зовут?** Подсказка: имя уменьшительно-ласкательное, а потому долго думать вам не придется. А пароль лучше не сообщать никому!!! Да, сейчас наиболее важные сервисы используют двухфакторную авторизацию. Даже узнав твой пароль, мошенник не войдет в учетку, так как вход надо подтвердить кодом, который пришел по смс на твой телефон.

Задание № 3 (3 балла)

По преданию, сестры Марина (известный поэт серебряного века) и Анастасия Цветаевы часто угощали своих гостей ароматным пирогом с песочной основой и фруктовой начинкой — отсюда и название этого нежного летнего десерта. Взять вместо малины можно любые ягоды, как замороженные, так и свежие, можно так же взять фрукты. Для пирога на 10 человек следует взять одну сотую часть берквца малины. **Считайте, что 1 берквейц равен 164 кг и рассчитайте сколько нужно взять малины для половины порции, т.е. на 5 гостей.**

Задание № 4 (3 балла)

При посадке на трамвайчик на канатной дороге в горах важно не допустить перегрузки. Поэтому распределить по группам для посадки в трамвай ожидающих в очереди пассажиров необходимо равномерно. Но некоторые семьи с детьми не могут войти вместе в трамвай и просят посадить их на следующий, чтобы не разлучаться и ехать вместе. Но тут возникает необходимость заполнить места достаточно плотно, оптимальным образом. Работник канатной дороги смог распределить людей по трамваям равномерно — таким образом, чтобы количество людей в любых двух группах отличалось не более чем на 1. В результате такого равномерного деления получилось 6 групп людей для 6-ти трамваев, среди которых ровно 4 группы по 13 человек. **Сколько человек в очереди всего могло быть? Укажите все возможные варианты.**

Задание № 5 (4 балла)

В танце Настя, Алиса, Юля, Яна, Маша, Вика должны взяться за руки и образовать круг. Хореограф сказал, чтобы девочки сами выбрали место, кто с кем окажется рядом. Маша встала рядом с Юлей, справа от неё, Яна встала напротив Вики, Вика встала рядом с Машей, Настя и Яна не захотели стоять рядом. **Кого взяла за руки Алиса?**

Задание № 6 (4 балла)

Петя с дедушкой задумывали разные числа и каждый пытался, исходя из определенных условий, отгадать это число. Петя попросил дедушку **отгадать наименьшее число, у которого все цифры различны, а сумма всех цифр равна 32.**

Задание № 7 (4 балла)

Получилась такая ситуация: играя в игры с внуком Петей, дедушка, в свою очередь, написал 5 целых положительных чисел, идущих друг за другом. Затем посчитал сумму первых трех чисел из получившегося ряда. Получил 60. **А что получится если из этих чисел сложить три последних? Какое число стоит в середине этой цепочки из пяти чисел?**

Задание № 8 (4 балла)

Алисе подарили разноцветный кубик Рубика с раскрашенными цветными гранями. У девочки никак не получалось вначале его собрать, видимо, она была еще мала для этого. Тогда Алиса решила потренироваться и сделала квадрат со стороной 10 см. Затем из квадрата со стороной 10 см вырезала квадрат со стороной 8 см. Оставшийся кусок она разрезала на единичные квадратики (со стороной 1 см). И далее из них Алиса хочет сложить новый квадрат. **Чему будет равна его сторона?**

Задание №9 (6 баллов)

Чтобы было удобнее ездить на маршрутке и пить кофе в автомате, одна женщина пришла в пункт размена, чтобы обменять несколько 50- и 100-е бумажных купюр на железные монеты. Ей было выдано 199 монет достоинством 1 и 5 рублей. **Такое возможно? Или ей необходимо все тщательно пересчитать и убедиться, что выдали все монеты и не ошиблись в их числе.**

А вот случай, описанный в советское время в одной газете. Пишет кондуктор трамвая. Повадился в ее трамвай ездить безбилетник. В то время проезд в трамвай стоил 3 копейки. Так вот, это пассажир достает 100 рублей и «хочет оплатить» проезд. Кондуктор естественно возмущается, требует мелочь, а у пассажира нет. Он говорит: «Я же не отказываюсь платить, плачу вполне законным платежным средством – 100-рублевой купюрой, с гербом, с серпом и молотом. Где-нибудь написано, что я не имею права платить такой купюрой». Естественно, кондуктору остается только махнуть рукой. Ну поездил он так недели две. Надоело это кондуктору.... И вот, в очередной день, когда пассажир протягивает ей стодорублевую купюру, она молча берет ее, кладет в сумку, и показывает пассажиру на мешок с мелочью (по 1, 2 и 3 копейки). «Вот здесь ровно 99 рублей 97 копеек. Забирайте.» Пассажир естественно, возмущается. А кондуктор ему: «А что, я же даю Вам сдачу, вполне законными платежными средствами, с гербами, с серпом и молотом». Пришло тому пассажиру взять этот мешок с мелочью. (монеты достоинством 1, 2, 3 копейки весили ровно по 1, 2 и 3 грамма, так что 99 рублей 97 копеек весили....??? **Посчитайте сколько это будет в граммах и приблизительно в килограммах, округлите до ближайшего целого числа килограммов.**

Задание № 10 (6 баллов)

Для составления кода защиты информации необходимо посчитать сколько различных четырехзначных чисел, в которых цифры не повторяются, можно составить из цифр «5», «0», «7» и «8»? Заметим, что криптограф решил, что 0 не может быть первой цифрой в задуманном числе.

Задание № 11 (8 баллов)

При переплавке драгоценных металлов необходимо рассчитать массу украшения по имеющимся у ювелира данным. 2% массы первого кольца составляет золото, доля золота в массе второго кольца составляет 16%. Масса второго украшения больше массы первого на 9 г. Эти два кольца переплавили и получили третье кольцо, 12 % массы которого составляет золото. **Найдите массу третьего кольца. Ответ дайте в килограммах.**

Задание № 12 (8 баллов)

В житейском плане слово «последовательность» вопросов, как правило, ни у кого не вызывает. Это длинное слово всего лишь означает, что что-то следует за чем-то. Например, последовательность действий, последовательность событий, последовательность дней недели, времён года и так далее. Или, когда кто-то следует за кем-то. Например, последовательность людей в очереди. Из чего состоит любая последовательность? Тут тоже всё логично. Если идёт речь о последовательности дней календаря, то из дней, если об очереди покупателей на кассе, то – из покупателей. И так далее. Но... математика – наука строгая. По законам природы устроена. И работает со всеми объектами сразу. Поэтому ей должно быть без разницы, что (или кто) под этими объектами скрывается – дни, покупатели, спортсмены, коровы, свиньи... Для неё всё едино: последовательность – и всё тут. Например, если идёт речь о последовательности календарных месяцев, то январь – член этой последовательности. И июнь – член. И ноябрь – тоже член, да.) Математика, как правило, работает с числовыми последовательностями. Что это за зверь? Всё просто, как в сказке. Это последовательность, членами которой являются числа. Совершенно любые!

Арифметическая прогрессия – это числовая последовательность, каждый член которой, начиная со второго, отличается от предыдущего члена на одну и ту же величину – разность арифметической прогрессии d .

Геометрическая прогрессия – это числовая последовательность, каждый член которой, начиная со второго, получается умножением предыдущего члена на одну и ту же величину (называемый геометрической прогрессии q).

Итак, задача

Сумма первых пяти членов геометрической прогрессии со знаменателем $q = 3$ равна 2541. **Найдите первый член этой геометрической прогрессии b_1 . Какова будет сумма арифметической прогрессии пяти первых ее членов, если у нее первый член будет таким же, как у геометрической $a_1=b_1$, а разность также будет равна $d=q=3$.**